63. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2021/2022
Texty úloh 1. kola
kategórie G – Archimediáda – *riešenie*

1) Cyklistické preteky

Riešenie:

a) Od okamihu, keď jeden z pretekárov sa ocitne na čele pelotónu, po okamih, keď sa znova ocitne na čele uplynie $T_1 = 5t_1 = 50$ s. Za tento čas tento pretekár prejde dráhu

$$s_1 = vT_1 - 5d = 735 \text{ m}$$

Priemerná rýchlosť pretekára bola

$$v_\mathrm{p} = \frac{s_1}{T_1} = 14{,}7 \text{ m/s} = 52{,}92 \text{ km/h}$$ 4b

b) Pretekár v žltom tričku prejde vzdialenosť $s = 13{,}0$ km za čas $t_\mathrm{z} = \frac{s}{v_\mathrm{z}} = 581{,}8$ s.

Za tento čas pelotón prejde vzdialenosť

$$s_\mathrm{p} = \mathrm{t}_z v_\mathrm{p} = s\frac{v_\mathrm{p}}{\mathrm{v}_z} = 13\,898 \text{ m},$$

a pretekára v žltom tričku nedobehne (zaostali o 102 m) 2b

c) Na čele by sa každý pretekár ocitol po $T_2 = 150$ s , po prejdení dráhy

$$s_2 = vT_2 - 5d = 2\,235 \text{ m}$$

Priemerná rýchlosť v'_p pelotónu by bola

$$v'_\mathrm{p} = \frac{s_2}{\mathrm{T}_2} = 14{,}9 \text{ m/s} = 53{,}64 \text{ km/h} .$$

Vzdialenosť D k pretekárovi so žltým tričkom pelotón prekoná za čas $t = \frac{D}{v'_\mathrm{p} - v_\mathrm{z}} = 860{,}8$ s a za tento čas pretekár so žltým tričkom prejde vzdialenosť $s_2 = v_\mathrm{z} t = 11\,837$ m, pelotón ho teda dostihne 1163 m pred cieľom. 4b

2) Poháre rôznych tvarov

Riešenie:

a) Tlak je na dne všetkých troch nádob (obr. G–2 (a), (b), (c)) rovnaký. Mlieko je na začiatku homogénna kvapalina, vo všetkých nádobách tá istá, aj výška stĺpca mlieka je vo všetkých troch prípadoch rovnaká, preto tlak musí byť rovnaký. Tlak samozrejme závisí aj od tiažového zrýchlenia, ktoré je ale tiež rovnaké vo všetkých troch prípadoch. 2b

b) Do každej nádoby sa nalialo rovnaké mlieko. Určitý podiel objemu (aj hmotnosti) mlieka je smotana, ktorá vytvorí v hornej časti nádob vrstvu s rovnakým objemom. V nádobe, ktorá má zvislé steny (A), predstavuje rovnaký objemový podiel smotany tenšiu vrstvu, než v nádobe, ktorá sa smerom hore zužuje (B), ale hrubšiu vrstvu, než v nádobe, ktorá sa smerom hore rozširuje (C).
2b

c) Teraz už nemáme jednu homogénnu kvapalinu, ale dve oddelené (homogénne) kvapaliny, pričom celková výška hladiny sa nezmení Smotana má menšiu hustotu, než zvyšok mlieka, ktorý zostal v spodnej časti nádob po oddelení sa smotany. 2b

Tlak na dne každej nádoby je rovný súčtu tlakov, z ktorých jeden pochádza od smotany a druhý od zvyšku mlieka (bez smotany). Súčet výšky stĺpcov je vo všetkých nádobách rovnaký, ale výška stĺpca mlieka bez smotany (kvapalina s väčšou hustotou) je najmenšia v nádobe (B) a najväčšia v nádobe (C). 2b

Preto je tlak na dne nádoby (B) najmenší a v nádobe (C) je najväčší. 2b

3) Miznúce ľadovce

Riešenie:

a) Ročne ubudne z ľadovcov $M = 821$ miliárd ton ľadu, čo je $M = 821$ Pg$(= 8{,}21 \times 10^{17}$ g).

Hustota ľadu $\rho_\mathrm{L} = 0{,}917 \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} = 0{,}917 \frac{\mathrm{Mg}}{\mathrm{m}^3} = 0{,}917 \frac{\mathrm{Pg}}{\mathrm{km}^3}$

Príslušný objem $V = \frac{M}{\rho_\mathrm{L}} = 895\ \mathrm{km}^3$. 2b

b) Podľa poznámky je príslušný objem vody $S_\mathrm{o} h = V$, teda

$$h = \frac{V}{S_\mathrm{o}} = \frac{895\ \mathrm{km}^3}{361\ 900\ 000\ \mathrm{km}^2} = 2{,}47\ \mathrm{mm}.$$ 2b

c) Hustota vody $\rho_\mathrm{v} = 1\ 000\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 1{,}00 \frac{\mathrm{Mg}}{\mathrm{m}^3} = 1{,}00 \frac{\mathrm{Pg}}{\mathrm{km}^3}$. Objem vody V_v z navýšenia hladín morí a oceánov o $H = 70\ \mathrm{m} = 0{,}07\ \mathrm{km}$ (z roztopených ľadovcov) $V_\mathrm{v} = S_\mathrm{o} h = 25\ 300\ 000\ \mathrm{km}^3$. Hmotnosť tejto vody (hmotnosť všetkých ľadovcov) $M_\mathrm{L} = V_\mathrm{v} \rho_\mathrm{v} = 25\ 300\ 000$ Pg, a objem ľadovcov $V_\mathrm{L} = \frac{M_\mathrm{L}}{\rho_L} = 27\ 600\ 000\ \mathrm{km}^3$. (27,6 miliónov kilometrov kubických). 3b

d) Ľadovce, ktoré plávajú v moriach a v oceánoch po roztopení nezvyšujú hladinu vôd. Je to dôsledkom Archimedovho zákona. Ľadovce vytláčajú presne takú hmotnosť vody, aká je ich vlastná hmotnosť. To znamená, že ľadovec sa zmení na taký objem vody, aký vytláčal, kým bol ľadovcom. 3b

Pozn.: Toto tvrdenie nie je úplne presné, lebo morská voda a ľadovce na moriach obsahujú soľ v odlišnej koncentrácii. Inými slovami: hustota morskej vody a hustota vody, ktorá vzniká z roztápajúceho sa ľadovca je mierne nižšia, preto k nepatrnému zvýšeniu hladiny dôjde.

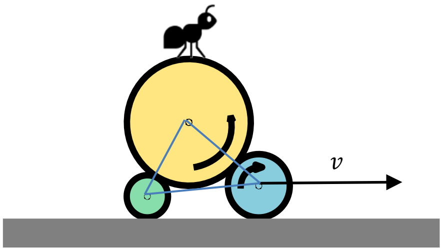
4) Mravec na kolieskach

Riešenie:

a) Ak pravé koliesko sa otočí 4-krát, prejde vzdialenosť $s_1 = 4 \times 15$ cm. Rovnakú vzdialenosť prejde na podlahe aj malé koliesko, preto počet n_1 otočiek malého koliesko musí spĺňať $s_1 = 60 \text{ cm} = n_1(10 \text{ cm})$, teda $n_1 = 6$ a malé koliesko sa otočil 6-krát. 2b

b) Ak počet otočiek veľkého koliesko $n_2 = 3{,}5$, potom bod, v ktorom sa na začiatku dotýkali veľké koliesko a najmenšie koliesko, sa posunuli (obidve) o $s_2 = n_2(30 \text{ cm}) = 105$ cm. To ale znamená, že sa sústava posunula o $s_2 = 105$ cm. 2b

c) Mravenec sa musí pohybovať na povrchu veľkého koliesko v rovnakom smere, ako sa pohybuje sústava koliesok, a rovnakou rýchlosťou v (voči povrchu koliesko), ako sa pohybuje sústava voči povrchu. 2b



Obr. RG–1

d) Kým sa okolo svojej osi pootočí raz veľké koliesko, tj. o uhol $\alpha = 360°$, najmenšie sa otočí okolo svojej osi 3-krát, teda o uhol $\gamma = 1080°$. Ak sa okolo svojej osi pootočí raz najmenšie koliesko (tj. o uhol $\gamma' = 360°$) potom najväčšie sa pootočí o uhol $\alpha' = 120°$. 2b

e) Ak sústavu ťaháme rýchlosťou $v = 90 \text{ cm/min}$, najväčšie koliesko sa za 1 min pootočí 3-krát, teda o 1080°, a za 1 s sa pootočí o 18°. 2b
Povieme, že sa otáča *uhlovou rýchlosťou* $\omega = 18°/\text{s}$.

63. ročník Fyzikálnej olympiády – *Úlohy domáceho kola kategórie G*

Autori návrhov úloh:	Boris Lacsný (1, 5), Aba Teleki (2, 3, 4)
Recenzia:	Ivo Čáp
Preklad textu úloh do maďarského jazyka:	Aba Teleki
Redakcia:	Ivo Čáp
Vydal:	Slovenská komisia fyzikálnej olympiády IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2021